

Eclairage sur l'algorithme du simplexe

MATHÉMATIQUES - Utilisé pour résoudre des problèmes très concrets d'optimisation, cet outil fonctionne plus efficacement que prévu. Des travaux expliquent ce paradoxe apparent

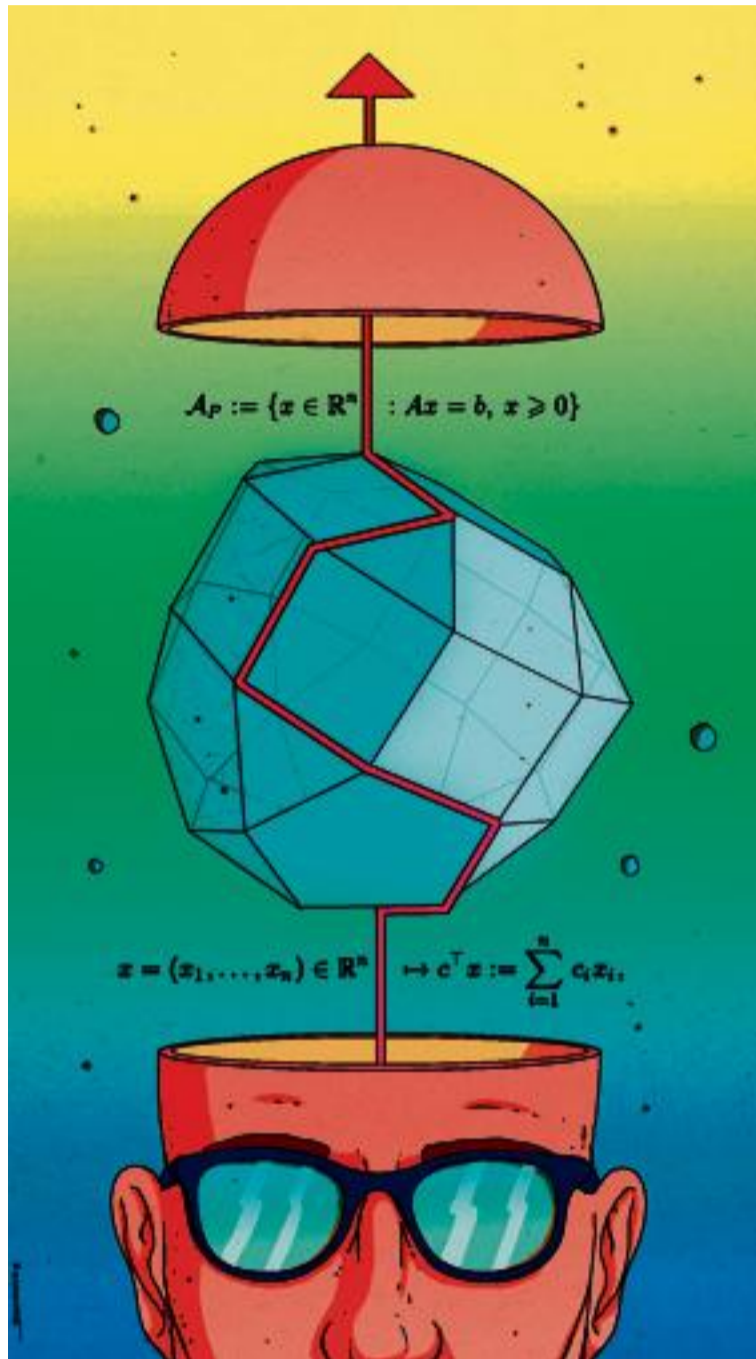
C'est avec enthousiasme et presque soulagement que les chercheurs en informatique théorique évoquent les travaux de Sophie Huiberts et de son directeur de thèse, Daniel Dadush. Au sein du Centrum voor wiskunde en informatica, un centre national de recherche en informatique et en mathématiques aux Pays-Bas, ces deux informaticiens ont percé à jour les mystères de l'algorithme du simplexe. Si ce nom est inconnu du grand public, il fait pourtant partie intégrante de notre quotidien. Car ce programme informatique résout, en pratique, un grand nombre de problèmes très concrets. « Il peut être utilisé partout, de la planification des toumois de baseball à la gestion des plans de vol pour les avions, en passant par la logistique militaire ou la collecte des ordures ménagères », énumère Sophie Huiberts, maintenant postdoctorante à l'université Columbia, aux États-Unis.

Pourtant, jusqu'à récemment, un halo de mystère entourait cet algorithme : impossible de prédire combien de temps il mettrait pour résoudre les problèmes qu'on lui soumettait. Daniel Spielman, professeur d'informatique à l'université Yale, aux États-Unis, explique : « On savait qu'il donnerait la réponse, mais serait-ce au bout de quelques minutes ? D'une semaine ? Impossible à dire avec certitude. Mais, en pratique, dans presque toutes les situations, il répondait très rapidement. Or, nous n'arrivions pas à trouver une explication à cela, c'était très frustrant ! »

Plus complexe que prévu

Comment concevoir que des programmes informatiques adoptent des comportements que les experts ne comprennent pas ? Les algorithmes auraient-ils donc une vie propre, un fonctionnement autonome ? Peut-être, d'après le professeur d'informatique Tim Roughgarden, de l'université Columbia : « Je crois que [les processus algorithmiques] sont découverts et non inventés, qu'ils font partie de l'univers dans lequel nous vivons. Mais même en considérant les algorithmes comme une création humaine, il n'est pas surprenant qu'ils puissent se révéler plus complexes que ce à quoi l'on s'attendait initialement. » Conséquence : il existe tout un domaine de recherche dont l'objectif est de développer des modèles mathématiques capables d'expliquer le comportement réel des algorithmes. Exactement comme des physiciens tentent de modéliser les trous noirs, ou des biologistes les processus génétiques.

C'est donc dans cette optique qu'au cours de sa thèse, soutenue en mai,



Sophie Huiberts s'est penchée sur l'algorithme du simplexe, dans la droite ligne de Daniel Spielman, qui avait entrepris des travaux à ce sujet en 2001. Inventé par le mathématicien américain George Dantzig (1914-2005) en 1947, cet algorithme est une méthode de résolution des « problèmes d'optimisation linéaire ». « Imaginez que vous soyez un étudiant désargenté devant aller acheter de la nourriture, illustre Daniel Spielman. Vous pouvez vous demander quels produits acheter et dans quelles quantités afin de satisfaire vos apports

journaliers recommandés [AJR] tout en dépensant le moins d'argent possible. Eh bien ça, c'est un problème classique d'optimisation linéaire. »

Il existe des problèmes d'optimisation linéaire pour lesquels l'algorithme du simplexe fonctionne, mais lentement. Très lentement – on dit qu'il « répond en temps exponentiel dans le pire des cas ». « Pourtant, en pratique, cela n'arrive quasiment jamais », relate Sophie Huiberts. Mieux encore : dans l'immense majorité des cas concrets auxquels il est appliqué, il est extrêmement rapide

– c'est d'ailleurs l'une des raisons pour lesquelles il est aussi fréquemment utilisé. « Mais il y a des situations où vous ne pouvez pas vous contenter d'une observation empirique, où vous devez être sûr et certain que l'algorithme va répondre rapidement », souligne Daniel Spielman. Par exemple, si on l'utilise pour planifier des dons d'organes.

Aujourd'hui, on comprend enfin ces excellentes performances. Grâce à une longue lignée de travaux de recherche s'étalant sur vingt ans, on sait que les problèmes d'optimisation linéaire pour lesquels l'algorithme du simplexe est lent sont en fait extrêmement « fragiles » : il suffit de les modifier un tout petit peu pour qu'ils ne soient plus si longs à résoudre. Ce résultat a été obtenu en étudiant la vitesse de l'algorithme sur des problèmes censés lui donner du fil à retordre, mais dans lesquels on a ajouté un peu de « bruit » aux données – en pratique, cela consiste à ajouter à chacune des données numériques du problème un nombre aléatoire, petit.

L'étude du « pire des cas »

Reprenant son exemple de l'étudiant désargenté au supermarché, Daniel Spielman détaille : « Imaginez que vous achetiez un produit dont l'emballage indique qu'il contient 20 % des AJR. Peut-être ce nombre de 20 % rend-il le problème compliqué, mais que si l'on considérait que le produit apportait 19 % des AJR, l'algorithme serait rapide. » C'est pour cela, explique-t-il, qu'« il faut être vraiment malchanceux » pour tomber, dans le monde réel, précisément sur une combinaison de données problématique pour l'algorithme. En pratique, on sait que cela n'arrivera presque jamais.

C'est en réalité tout un pan de l'informatique théorique qui a évolué avec l'étude de l'algorithme du simplexe. Ses mystérieuses performances illustrent les limites de l'étude du « pire des cas » pour prédire le comportement d'un algorithme sur des problèmes réels. Cette approche est pourtant souvent privilégiée, d'une part pour des questions de technicité des preuves mathématiques, et d'autre part parce qu'elle donne une garantie ferme sur les performances d'un programme. Mais, en permettant l'émergence d'une nouvelle méthode d'étude des performances algorithmiques – l'« analyse lisse », qui étudie les performances dans le pire des cas mais avec ce léger ajout de « bruit » –, l'algorithme du simplexe a fourni un nouvel outil pour dépasser cette perspective. ■

CLÉMENTINE LAURENS

TÉLESCOPE

MATÉRIAU

Pas de preuve de supraconductivité à température ambiante

La revue *Nature* a rétracté un article présentant un résultat majeur dans le domaine de la supraconductivité. En octobre 2020, une équipe américaine avait expliqué avoir fabriqué un matériau perdant toute résistance électrique à seulement 15 °C (mais à plus de 2,5 millions de fois la pression atmosphérique), alors que jusqu'à présent les meilleurs composés restaient bien au-dessous de 0, limitant les applications. Depuis, des critiques avaient alerté sur des doutes concernant les preuves expérimentales apportées. En février 2022, *Nature* conseillait à ses lecteurs de considérer les résultats avec précaution. Le 26 septembre, la revue retirait l'article contre l'avis de ses auteurs, qui reconnaissent que leur traitement des données est de nature à entamer la confiance dans les résultats, mais qui maintiennent leur conclusion. Une seule équipe, composée en partie de chercheurs de l'article retiré, a réussi à répliquer ce travail.

MÉDECINE

L'hormone de l'amour au secours du cœur

Souvent baptisée « hormone de l'amour » ou de la fidélité, l'ocytocine est impliquée dans de nombreux processus dont la lactation, le développement cognitif... La neurohormone pourrait aussi activer des mécanismes de réparation du cœur après une lésion comme un infarctus du myocarde, suggèrent des travaux préliminaires de chercheurs américains. Selon leurs expériences réalisées sur un modèle de poisson-zèbre, et dans des cellules humaines en culture, l'ocytocine agirait par une cascade moléculaire stimulant la prolifération de cellules souches cardiaques appelées cellules progénitrices de l'épicarde. Celles-ci peuvent donner naissance à plusieurs types de cellules cardiaques, dont les cardiomyocytes, qui interviennent dans la contraction de l'organe. > Wasserman et al., « *Frontiers in Cell and Developmental Biology* », 30 septembre

Chimiothérapie : vers une administration simplifiée par voie sous-cutanée ?

Le traitement du cancer exige souvent une chimiothérapie qui doit être injectée par voie intraveineuse, d'où une hospitalisation. Ne pourrait-on pas administrer ce traitement par voie sous-cutanée, ce qui permettrait une prise en charge à domicile ? Il fallait lever un frein majeur : les médicaments utilisés stagnent dans le tissu sous-cutané, provoquant des nécroses de la peau. Des chercheurs du CNRS, de l'université Paris-Saclay, du CEA et de l'Inrae ont développé une nouvelle approche pour le paclitaxel, très utilisé. En le couplant à un polymère hydrophile, les chercheurs ont produit un anticancéreux soluble, capable de passer rapidement du tissu sous-cutané à la circulation sanguine sans provoquer de toxicité pour la peau. Chez la souris, ce produit s'est montré plus efficace que le paclitaxel par voie intraveineuse. > Bordat A. et al., « *Journal of the American Chemical Society* », 4 septembre

Comment des billes tombant dans l'eau prédisent les tsunamis

GÉOPHYSIQUE - Un modèle d'expérimentation permet d'anticiper la hauteur d'une vague causée par un glissement de terrain

Crac ! La ficelle empoignée par Wladimir Sarlin a cassé. Mais l'expérience a réussi. Son geste, consistant à tirer rapidement sur une corde, a bien ouvert le volet d'un silo et libéré une haute colonne de petites billes de silice, qui ont glissé dans l'eau et causé... un tsunami (miniature). Ce doctorant en fin de thèse au laboratoire FAST de l'université Paris-Saclay reproduit là l'une des multiples expériences qu'il a menées avec ses deux directeurs, Cyprien Morize et Philippe Gondret (université Paris-Saclay), ainsi qu'Alban Sauret (professeur à l'université de Californie, à Santa Barbara), pour résoudre un mystère de la géophysique.

Peut-on prédire la hauteur d'une vague causée par un glissement de terrain, comme l'effondrement

d'une falaise, ou l'effritement d'une pente de volcan ? Inversement, à partir de l'analyse des terres immergées après une catastrophe, est-il possible d'estimer la hauteur de la vague engendrée ? A ces deux questions, l'équipe a répondu par l'affirmative le 13 septembre dans *Physical Review Fluids*. Leur formule, mélange de géométrie, de mécanique des fluides et de physique des milieux granulaires secs, relie l'amplitude d'une vague à la hauteur d'eau, et à la hauteur et la largeur du terrain qui va s'effondrer. Les propriétés de la roche comptent finalement peu.

Comparer aux cas historiques

Ce résultat est le fruit d'une dizaine d'années de recherches qui ont commencé à Marseille, lorsque Alban Sauret et Sylvain

Viroulet (non cosignataire de l'article) se sont demandé, en regardant la célèbre falaise du cap Canaille, à Cassis, ce qu'il se passerait si une partie tombait dans l'eau. Le problème a finalement été simplifié en transformant la falaise en colonne de billes d'une cinquantaine de centimètres de haut et la Méditerranée en un bassin d'environ 2 mètres de long et 20 centimètres de profondeur.

Un premier résultat, en 2021, relie l'amplitude de la vague à la vitesse des grains et à celle d'une vague se propageant dans un bassin de faible profondeur. Un autre, la même année, compare leurs résultats expérimentaux à des cas historiques de tsunamis liés à des effondrements, en estimant les volumes de terre impliqués, comme celui de la baie de

Lituya, en Alaska, en 1958, et sa vague qui a submergé une colonne jusqu'à 500 mètres de haut, ou celui du fjord de Taan, qui a connu, en 2015, un tsunami de 100 mètres de haut.

« Modèles tridimensionnels »

Puis, pour une autre publication, ils ont « enlevé » l'eau pour mieux comprendre l'effondrement de leur colonne et relier la vitesse des grains à la géométrie initiale de la colonne. Enfin, ils ont rassemblé toutes ces expériences et théories dans leur dernier article, qui confirme aussi qu'en fonction de la hauteur d'eau différents régimes de vagues sont possibles. Les vagues « pistons », objet principal de leur étude, sont observées en eau peu profonde : la terre pousse l'eau. En eau plus profonde, les amplitudes sont moins

grandes et la terre « tombe » verticalement dans l'eau, dans un grand « splash ».

« Les relecteurs de notre article ont été surpris, comme nous, d'ailleurs, que la conclusion permette de relier une grandeur dynamique, l'amplitude d'une vague, à des données « statiques », le volume de grains impliqués », résume Cyprien Morize. « C'est un dispositif expérimental original et qui aboutit à des prédictions. C'est nouveau dans le domaine », apprécie Sylvain Viroulet, de l'Institut de mécanique des fluides de Toulouse, qui est arrivé à des conclusions semblables, en mai, pour un système légèrement différent : l'écoulement d'un fluide visqueux dans un autre. « Il n'est pas impossible qu'on puisse décrire un glissement de terrain par cette même

approche. Finalement, peut-être que la nature granulaire ne compte pas », ajoute-t-il.

De toute façon, ce n'est pas la fin de l'histoire. Il faut modifier les calculs pour tenir compte des pentes d'un volcan ou d'une montagne, à la géométrie différente de celle d'une falaise, comme dans la dernière publication. « Il faut aussi que nous passions à des expériences et des modèles tridimensionnels, alors que pour l'instant nous sommes à deux dimensions, afin de nous rapprocher des conditions géophysiques plus réelles », indique Philippe Gondret en montrant, dans son laboratoire, la future expérience qui visera à faire tomber les grains depuis une colonne non plus rectangulaire, mais cylindrique. Et sans corde. ■

DAVID LAROUSSIERE